

Análisis Funcional
Segundo semestre de 2007

Código 8903	Profesor de Teoría Marisela Domínguez Profesor de Práctica Angel Padilla
--------------------	---

Inicio de Clases	01-10-2007.
-------------------------	-------------

Evaluación, Fecha de los Exámenes.

Primer examen parcial	lunes	29 de Octubre	22 %
Segundo examen parcial	lunes	26 de Noviembre	22 %
Tercer examen parcial	lunes	21 de Enero	22 %
Cuarto examen parcial		fecha fijada por Control de Estudios	22 %
Práctica		continuamente	12 %

En las siguientes direcciones encontrarán bibliografía elaborada especialmente para esta asignatura:

<http://euler.ciens.ucv.ve/~labfg/guias.htm>

<http://espanol.geocities.com/labforgru/>

Los estudiantes deben repasar los siguientes temas:

Nociones básicas de la teoría de conjuntos. Producto cartesiano. Relación de orden.

Números complejos. Producto interno, teorema de Pitágoras, desigualdad de Cauchy-Schwarz.

Estructuras algebraicas: grupo, álgebra, cuerpo, espacio vectorial. Transformaciones lineales.

Espacios topológicos (nociones básicas: abierto, cerrado, compacto, conexo, completo, continuidad, clausura, interior, base, subbase).

Compacidad de la bola cerrada en \mathbb{R}^n .

Espacios métricos. Sucesiones de Cauchy. Completitud.

Convergencia puntual y convergencia uniforme. Teorema de aproximación de Weierstrass.

Espacios normados. Series. Los espacios l_p .

Escuela de Matemática, Facultad de Ciencias, UCV

Programa de Análisis Funcional

Tema 1

Nociones generales sobre espacios normados y de Banach. Definición de espacio normado. Propiedades de la norma. Definición de espacio de Banach. Ejemplos: $l_p^n = (\mathbf{R}^n, \|\cdot\|_p)$, l_p , L_p , $C(a,b)$, c , c_0 , etc.

Construcción de espacios normados: espacios módulo subespacios, espacios producto de espacios normados

Tema 2

Aplicaciones lineales entre espacios normados. Condiciones equivalentes de continuidad. El espacio $L(X,Y)$ de las aplicaciones lineales y continuas de X en Y . Norma en $L(X,Y)$. Condición para que $L(X,Y)$ sea un espacio de Banach. Homeomorfismos entre espacios normados. Equivalencia de normas en espacios normados. Caracterización de espacios normados de dimensión finita. El teorema de F. Riesz sobre la compacidad de la bola cerrada en un espacio normado de dimensión finita.

Tema 3

El espacio dual topológico de un espacio normado. El teorema de Hahn-Banach. Aplicaciones del teorema de Hahn-Banach. Ejemplos de duales de algunos espacios normados. Teorema de Riez para los espacios l_p , L_p . Dual de c y dual de c_0 .

Tema 4

Bases de Schauder. Aplicaciones y ejemplos. Caracterización de espacios de Banach por la convergencia absoluta de series.

Tema 5

El teorema de categoría de Baire. Aplicaciones. El principio de acotación uniforme y el teorema de Banach-Steinhaus.

Teorema de la aplicación abierta. Aplicaciones.

Teorema del gráfico cerrado. Aplicaciones.

Tema 6

Convergencia débil en espacios normados. La convergencia débil $*$. El teorema de Tjonov sobre producto de espacios compactos. El teorema de Bourbaki-Alaoglu.

Tema 7

Espacios de funciones continuas. El teorema de Dini sobre la convergencia uniforme. Definición de álgebra. Subálgebra. El teorema de Stone-Weierstrass en sus versiones reales y complejas.

Condiciones equivalentes de compacidad en un espacio métrico. Equicontinuidad. El teorema de Arzela-Ascoli. Aplicaciones.

Tema 8

Espacios de Hilbert. Formas hermíticas y formas cuadráticas sobre espacios vectoriales. Formas positivas. El teorema de Cauchy-Schwarz. Producto interno. Norma definida por un producto interno. Ortogonalidad en un espacio de Hilbert. Distancia mínima. El teorema de representación de Riesz. Conjuntos ortogonales. El teorema de Gram-Schmidt. Representación mediante series de los elementos de un espacio de Hilbert con respecto a conjuntos ortonormales. Desigualdad de Bessel e identidad de Parseval. Operadores acotados en espacios de Hilbert. Operador adjunto de un operador acotado. Propiedades. El espacio $L(X)$ de las funcionales lineales y continuas del espacio de Hilbert X . La topología uniforme, la fuerte y la débil. Comparación entre estas topologías. Estudio de algunos tipos de operadores: hermíticos, normales, unitarios, etc...

Bibliografía

BACHMAN, G. Y NARICI, L. *Functional Analysis*.

BROWN Y PAGE. *Elements of functional Analysis*.

COTLAR, M. Y CIGNOLI, R. *An introduction to Functional Analysis*.

KOLMOGOROV, A. Y FOMIN, S. *Elementos de la teoría de funciones y del Análisis Funcional*.

KREYSZIG, E. *Introductory Functional Analysis with applications*.

ROYDEN, H. L. *Real Analysis*.

TRENOGUIN, V.A. *Problemas y ejercicios de Análisis Funcional*.