

ANÁLISIS FUNCIONAL

LICENCIATURA EN MATEMÁTICA

PRIMER SEMESTRE DEL 2007

INFORMACIÓN GENERAL

Código: 8903	Requisito: T. Medida y Topología
Créditos: 6	Requisito sugerido: F. Analíticas
Horas de teoría: 4	Horas de práctica: 2

Profesor: Ramón Bruzual (teoría y práctica).

Correo-E: rbruzual@euler.ciens.ucv.ve, ramonbruzual@hotmail.com

EVALUACIÓN

Se harán cuatro (4) exámenes parciales y la práctica se evaluará en forma continua, tomando en cuenta las intervenciones y la asistencia a las clases de práctica.

La nota definitiva se obtendrá sumando el 95% del promedio de las notas de los cuatro parciales con el 5% de la nota de práctica.

MATERIAL DE APOYO

Una guía de Espacios de Banach y una guía de Espacios de Hilbert, elaboradas por los profesores R. Bruzual y M. Domínguez, disponible en las siguientes direcciones:

<http://euler.ciens.ucv.ve/~labfg/> <http://espanol.geocities.com/labforgru/>

CALENDARIO SEMESTRE 1-2007

Inicio de Clases: 26 de marzo de 2007. ▽

Semana Santa: 02 al 06 de marzo de 2007. ☐

XX Jornadas de Matemática: 10 al 13 de abril de 2007 (USB). ☐

Duración del Semestre: 15 Semanas.

Fin de Clases: 13 de julio de 2007. △

Exámenes Finales: 16 al 20 de julio de 2007. ☐

Reparaciones: 23 al 27 de julio de 2007. ☐

Feriados: 19 de abril, 1 de mayo, 24 de junio, 5 de julio, 24 de julio. ●

Inicio del semestre 2-2007: 01 de octubre de 2007.

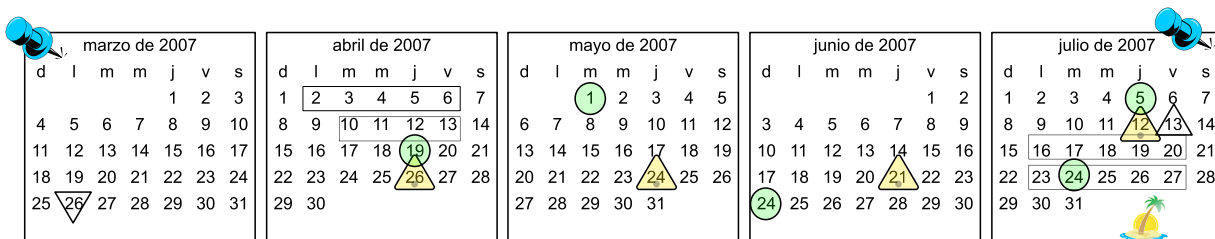
FECHA DE LOS EXÁMENES

Primer examen parcial: Jueves 26 de abril de 2007. △

Segundo examen parcial: Jueves 24 de mayo de 2007. △

Tercer examen parcial: Jueves 21 de junio de 2007. △

Cuarto examen parcial: Jueves 12 de julio de 2007 o fecha de Control de Estudios. △



PROGRAMA

Tema 1:

Nociones generales sobre espacios normados y de Banach. Definición de espacio normado. Propiedades de la norma. Definición de espacio de Banach. Ejemplos: $l_p^n = (\mathbb{R}^n, \|\cdot\|_p)$, l_p , L_p , $C(a, b)$, c , c_0 , etc.

Construcción de espacios normados: espacios módulo subespacios, espacios producto de espacios normados

Tema 2:

Aplicaciones lineales entre espacios normados. Condiciones equivalentes de continuidad. El espacio $L(X, Y)$ de las aplicaciones lineales y continuas de X en Y . Norma en $L(X, Y)$. Condición para que $L(X, Y)$ sea un espacio de Banach. Homeomorfismos entre espacios normados. Equivalencia de normas en espacios normados. Caracterización de espacios normados de dimensión finita. El teorema de F. Riesz sobre la compacidad de la bola cerrada en un espacio normado de dimensión finita.

Tema 3:

El espacio dual topológico de un espacio normado. El teorema de Hahn-Banach. Aplicaciones del teorema de Hahn-Banach. Ejemplos de duales de algunos espacios normados. Teorema de Riez para los espacios l_p , L_p . Dual de c y dual de c_0 .

Tema 4:

Bases de Schauder. Aplicaciones y ejemplos. Caracterización de espacios de Banach por la convergencia absoluta de series.

Tema 5:

El teorema de categoría de Baire. Aplicaciones. El principio de acotación uniforme y el teorema de Banach-Steinhaus.

Teorema de la aplicación abierta. Aplicaciones.

Teorema del gráfico cerrado. Aplicaciones.

Tema 6:

Convergencia débil en espacios normados. La convergencia débil $*$. El teorema de Tjonov sobre producto de espacios compactos. El teorema de Bourbaki-Alaoglu.

Tema 7:

Espacios de funciones continuas. El teorema de Dini sobre la convergencia uniforme. Definición de álgebra. Subálgebra. El teorema de Stone-Weierstrass en sus versiones reales y complejas.

Condiciones equivalentes de compacidad en un espacio métrico. Equicontinuidad. El teorema de Arzela-Ascoli. Aplicaciones.

Tema 8:

Espacios de Hilbert.

Formas hermiticas y formas cuadráticas sobre espacios vectoriales. Formas positivas. El teorema de Cauchy-Schwarz. Producto interno. Norma definida por un producto interno. Ortogonalidad en un espacio de Hilbert. Distancia mínima. El teorema de representación de Riesz. Conjuntos ortogonales. El teorema de Gram-Schmidt. Representación mediante series de los elementos de un espacio de Hilbert con respecto a conjuntos ortonormales. Desigualdad de Bessel e identidad de Parseval.

Operadores acotados en espacios de Hilbert. Operador adjunto de un operador acotado. Propiedades. El espacio $L(X)$ de las funcionales lineales y continuas del espacio de Hilbert X . La topología uniforme, la fuerte y la débil. Comparación entre estas topologías. Estudio de algunos tipos de operadores: hermiticos, normales, unitarios, etc...

BIBLIOGRAFÍA

- [1] BACHMAN, G. Y NARICI, L. *Functional Analysis*.
- [2] BROWN Y PAGE. *Elements of functional Analysis*.
- [3] COTLAR, M. Y CIGNOLI, R. *An introduction to Functional Analysis*.
- [4] KOLMOGOROV, A. Y FOMIN, S. *Elementos de la teoría de funciones y del Análisis Funcional*.
- [5] KREYSZIG, E. *Introductory Functional Analysis with applications*.
- [6] ROYDEN, H. L. *Real Analysis*.
- [7] TRENOGUIN, V.A. *Problemas y ejercicios de Análisis Funcional*.