

ANÁLISIS FUNCIONAL

Código: 8903	Código anterior: 22V4
Créditos: 6	Requisitos: Topología y Teor. Medida
Horas de teoría: 4	Horas de práctica: 2
Vigente desde 1987-1	

Contenido

Tema 1: Espacios normados y de Banach.

Nociones generales sobre espacios normados y de Banach. Definición de espacio normado. Propiedades de la norma. Definición de espacio de Banach. Ejemplos: $l_p^n = (\mathbb{R}^n, \|\cdot\|_p)$, l_p , L_p , $C(a, b)$, c , c_0 , etc. Construcción de espacios normados: espacios módulo subespacios, espacios producto de espacios normados.

Tema 2: Espacios de funciones continuas.

Teorema de Dini sobre la convergencia uniforme. Álgebra. Subálgebra. Teorema de Stone-Weierstrass, versiones real y compleja. Equicontinuidad. Teorema de Arzela-Ascoli. Aplicaciones.

Tema 3: Aplicaciones lineales entre espacios normados.

Condiciones equivalentes de continuidad. El espacio $L(X, Y)$ de las aplicaciones lineales y continuas de X en Y . Norma en $L(X, Y)$. Condición para que $L(X, Y)$ sea un espacio de Banach. Homeomorfismos entre espacios normados. Equivalencia de normas en espacios normados. Caracterización de espacios normados de dimensión finita. El teorema de F. Riesz sobre la compacidad de la bola cerrada.

Tema 4: El espacio dual topológico de un espacio normado.

El teorema de Hahn-Banach. Aplicaciones del teorema de Hahn-Banach. Ejemplos de duales de algunos espacios normados. Teorema de Riez para los espacios l_p , L_p . Dual de c y dual de c_0 .

Tema 5: Bases de Schauder.

Aplicaciones y ejemplos.

Tema 6: Teoremas fundamentales.

El teorema de categoría de Baire. Aplicaciones. El principio de acotación uniforme y el teorema de Banach-Steinhaus. Teorema de la aplicación abierta. Aplicaciones. Teorema del gráfico cerrado. Aplicaciones.

Tema 7: Topologías débiles.

Convergencia débil en espacios normados. La convergencia débil *. El teorema de Tijonov sobre producto de espacios compactos. El teorema de Bourbaki-Alaoglu.

Tema 8: Espacios de Hilbert.

Formas hermíticas y formas cuadráticas sobre espacios vectoriales. Formas positivas. El teorema de Cauchy-Schwarz. Producto interno. Norma definida por un producto interno. Ortogonalidad en un espacio de Hilbert. Distancia mínima. El teorema de representación de Riesz. Conjuntos ortogonales. El teorema de Gram-Schmidt. Representación mediante series de los elementos de un espacio de Hilbert con respecto a conjuntos ortonormales. Desigualdad de Bessel e identidad de Parseval.

Tema 9: Operadores acotados en espacios de Hilbert.

Operador adjunto de un operador acotado. Propiedades. El espacio $L(X)$ de las funcionales lineales y continuas del espacio de Hilbert X . La topología uniforme, la fuerte y la débil. Comparación entre estas topologías. Estudio de algunos tipos de operadores: hermíticos, normales, unitarios, etc...

Bibliografía

- [1] BACHMAN, G. Y NARICI, L. *Functional Analysis*. Academic Press. (1966).

- [2] BROWN Y PAGE. *Elements of functional Analysis*.
- [3] BRUZUAL, R. Y DOMÍNGUEZ, M. *Espacios de Banach*. Publicaciones del Laboratorio de Formas en Grupos, Facultad de Ciencias, UCV. <http://euler.ciens.ucv.ve/labfg> (Elaborada para Análisis Funcional) (2004).
- [4] BRUZUAL, R. Y DOMÍNGUEZ, M. *Espacios de Hilbert*. Publicaciones del Laboratorio de Formas en Grupos, Facultad de Ciencias, UCV. <http://euler.ciens.ucv.ve/labfg> (Elaborada para Análisis Funcional) (2004).
- [5] COTLAR, M. Y CIGNOLI, R. *An introduction to Functional Analysis*. North Holland Texts in Adv. Math. (1974).
- [6] KOLMOGOROV, A. Y FOMIN, S. *Elementos de la teoría de funciones y del Análisis Funcional*. Ed. MIR. (1975)
- [7] KREYSZIG, E. *Introductory Functional Analysis with applications*.
- [8] TRENOGUIN, V.A. *Problemas y ejercicios de Análisis Funcional*.