



UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA
FACULTAD DE CIENCIAS
POSTGRADO EN MATEMÁTICA

**PROGRAMA DE LA ASIGNATURA ELECTIVA
“ESPACIOS CON MÉTRICA INDEFINIDA”**

INFORMACIÓN GENERAL.

Número de Unidades: 4 UC.

Requisitos: Análisis Funcional (de pregrado) o equivalente.

Dedicación (horas/semana):

Teoría	Práctica	Laboratorio	Campo	Tutoriales
4	0	0	0	0

OBJETIVO GENERAL

Estudiar resultados básicos de la teoría de operadores y del análisis armónico que están relacionados con los espacios de métrica indefinida y más específicamente con los espacios de Pontryagin.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- (1) Dar una revisión de los conceptos básicos de la teoría de operadores en espacios de Hilbert, incluyendo los resultados básicos de la teoría de semigrupos de operadores.
- (2) Dar una introducción a los conceptos básicos referentes a la geometría de los espacios de métrica indefinida.
- (3) Estudio de las definiciones, conceptos básicos y resultados de la teoría de operadores en espacios de Krein y de Pontryagin.
- (4) Estudio de la generalización dada por Naimark del teorema de Stone a espacios de métrica indefinida.

CONTENIDO PROGRAMÁTICO

Tema 1: Revisión de algunos resultados fundamentales de la teoría de operadores en espacios de Hilbert.

El álgebra de operadores acotados en un espacio de Hilbert. Teorema de representación de Riesz. Adjunto de un operador. Operadores normales, autoadjuntos, isométricos y unitarios. Teorema espectral para operadores normales acotados y no acotados. Cálculo funcional. Teorema de Stone y teorema de Hille-Yosida.

Tema 2: Espacios de Krein y de Pontryagin.

Producto interno indefinido. Espacios de Krein. Subespacios maximales semi-definidos. Descomposiciones fundamentales. Topología en un espacio de Krein.

Tema3: Operadores en espacios de Krein y de Pontryagin.

Adjunto de un operador. Operadores autoadjuntos, unitarios y simétricos. Propiedades espectrales de estos operadores. Transformada de Cayley. Extensiones unitarias de isometrías y extensiones autoadjuntas de operadores simétricos.

Tema 4: Núcleos reproductores.

Espacios de núcleo reproductor asociado a una función indefinida. Relación con representaciones unitarias. Representación de funciones indefinidas acotadas en un grupo abeliano localmente compacto.

Tema 5: Grupos de operadores unitarios en espacios de Krein y teorema de Naimark.

Representaciones unitarias en espacios de Krein y de Pontryagin. Extensión del teorema de Stone a espacios de métrica indefinida (teorema de Naimark).

BIBLIOGRAFÍA

- [1] N. Akhiezer and I. Glazman. *Theory of linear operators in Hilbert space*. Volume II. Frederick Ungar Publishing Co.
- [2] J. Bognar. *Indefinite inner product spaces*. Springer-Verlag.
- [3] R. Douglas. *Banach algebra techniques in operator theory*. Academic press.
- [4] I. Iohvidov, M. Krein y H. Langer *Introduction to the spectral theory of operators in spaces with an indefinite metric*. Akademie Verlag.
- [5] M. Naimark *An analogue of Stone's theorem in a space with an indefinite metric*. Dokl. Akad. Nauk. SSSR. Tom 170 (1966) No 6.
- [6] W. Rudin. *Functional Analysis*. McGraw-Hill.
- [7] W. Rudin. *Real and complex analysis*. McGraw-Hill.
- [8] Z. Sasvári. *Positive definite and definitizable functions*. Akademie Verlag.
- [9] B. Sz.-Nagy, C. Foias, *Harmonic analysis of operators on Hilbert space*. North Holland Publishing Co. 1970.