



UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA
FACULTAD DE CIENCIAS
POSTGRADO EN MATEMÁTICA

PROGRAMA DE LA ASIGNATURA ELECTIVA “REPRESENTACIÓN DE FORMAS POSITIVAS”

INFORMACIÓN GENERAL.

Número de Unidades: 4 UC.

Requisitos: Análisis Funcional (de pregrado) o equivalente.

Dedicación (horas/semana):

Teoría	Práctica	Laboratorio	Campo	Tutoriales
4	0	0	0	0

OBJETIVO GENERAL

Dar una introducción a una serie de resultados de la teoría de operadores y del análisis armónico que están relacionados con operadores de Toeplitz, operadores de Hankel, interpolación de funciones, acotación de la transformada de Hilbert, espacios de Hardy, problemas de predicción, extensión de operadores isométricos.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- (1) Dar una introducción a los conceptos básicos de la teoría de operadores y su relación con los espacios de Hardy.
- (2) Introducir, de manera motivada, el concepto de núcleo de Toeplitz generalizado definido positivo, a valores escalares, a través del estudio de la continuidad de la transformada de Hilbert.
- (3) Estudio de algunos problemas de interpolación y su relación con la teoría de dilatación de operadores.

CONTENIDO PROGRAMÁTICO

Tema 1: Nociones y conceptos básicos de teoría de operadores.

El álgebra de operadores acotados en un espacio de Hilbert. Teorema de representación de Riesz. Adjunto de un operador. Operadores normales, autoadjuntos, isométricos y unitarios. Teorema espectral para operadores normales. Cálculo funcional.

Tema 2: Teoría de operadores y espacios de Hardy.

Espacios de Hardy en la circunferencia.

Teorema de Beurling, teorema de Nehari, teorema de Helson-Szegö y teorema de Herglotz.

Tema 3: Núcleos de Toeplitz generalizados en los enteros.

Introducción motivada del concepto de núcleo de Toeplitz generalizado definido positivo, a valores escalares, a través del estudio de la continuidad de la transformada de Hilbert. Teorema de Herglotz generalizado. Relación con matrices débilmente positivas de medidas y teorema de levantamiento de medidas.

Tema 4: Algunos teoremas de interpolación.

Teorema de Sarason, teorema de Nevanlinna Pick, teorema de Carathéodory Fejer.

Tema 5: Dilataciones.

Dilataciones unitarias y dilataciones isométricas. Teorema de dilatación de Nagy. Teorema de dilatación de Naimark. Teorema del levantamiento del conmutante de Sz Nagy-Foias.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] N. Akhiezer and I. Glazman. *Theory of linear operators in Hilbert space*. Volume II. Frederick Ungar Publishing Co.
- [2] M. Cotlar, R. Bruzual, P. Alegría, M. Domínguez, J. Giménez, S. Marcantognini, *Extensión y representación de formas invariantes en la teoría de interpolación, predicción y dilatación*. Libro editado para la Tercera Escuela Venezolana de Matemáticas, Mérida, Venezuela 1990.
- [3] R. Douglas. *Banach algebra techniques in operator theory*. Academic press.
- [4] W. Rudin. *Functional Analysis*. McGraw-Hill.
- [5] W. Rudin. *Real and complex analysis*. McGraw-Hill.
- [6] B. Sz.-Nagy, C. Foias, *Harmonic analysis of operators on Hilbert space*. North Holland Publishing Co. 1970.