Universidad Central de Venezuela
Facultad de Ciencias
Postgrado en Matemática

PROGRAMA DE LA ASIGNATURA ELECTIVA "TEORÍA ESPECTRAL"

Información General.

Número de Unidades: 4 UC.
Requisitos: Análisis Real y Análisis Funcional (pregrado) o equivalente.
Dedicación (horas/semana):

Teoría	Práctica	Laboratorio	Campo	Tutoriales
4	0	0	0	0

Objetivo General

Este curso tiene como objetivo general introducir a los estudiantes en el estudio de la teoría espectral, haciendo énfasis en su aplicación a la teoría de operadores en espacios de Hilbert.

Objetivos Específicos

(1) Definir álgebras de Banach y estudiar ejemplos básicos.
(2) Estudiar la definición de espectro y demostrar la fórmula del radio espectral.
(3) Demostración del teorema de Gelfand y del teorema de Gelfand-Naimark.
(4) Cálculo funcional para operadores acotados en espacios de Hilbert.
(5) Introducción a los operadores no acotados en espacios de Hilbert, incluyendo teorema espectral para operadores autoadjuntos, demostrado vía transformada de Cayley.
(6) Aplicaciones de la teoría espectral al análisis armónico.
(7) (Opcional) Introducción a los espacios de métrica indefinida.

Contenido Programático

Tema 1: Algebras de Banach.

Introducción y ejemplos. El espacio de los funcionales lineales multiplicativos. La transformada de Gelfand. Espectro y fórmula del radio espectral. Teorema de Gelfand para álgebras de Banach conmutativas.

Tema 2: Operadores acotados en espacios de Hilbert y álgebras C^*.

El álgebra $L(\mathcal{H})$ ($\mathcal{H}$ un espacio de Hilbert). Operadores normales y autoadjuntos. Proyecciones. Álgebras C^*. Teorema de Gelfand-Naimark. Teorema espectral. Cálculo funcional para operadores normales.

Tema 3: Operadores no acotados en espacios de Hilbert.

Introducción y ejemplos. Definición de adjunto. Gráfico y operadores simétricos. La transformada de Cayley. Teorema espectral para operadores autoadjuntos no acotados. Teorema de Stone.

Tema 4: Aplicaciones de la teoría de operadores al análisis armónico.

Demostración del teorema de Herglotz usando el teorema espectral. Equivalencia entre el teorema de Bochner y el teorema de Stone. Demostración del teorema de extensión de Krein.

Tema 5: (Opcional) Introducción a los espacios de métrica indefinida.

Definición de espacio de Krein y de espacio de Pontryagin. Descomposición fundamental. Topología de un espacio de Krein. Operadores en espacios de métrica indefinida.

Bibliografía

[1] N. Akhiezer and I. Glazman. Theory of linear operators in Hilbert space. Volume II. Frederick Ungar Publishing Co.

[2] J. Bognar. Indefinite inner product spaces. Springer.

[3] R. Douglas Banach algebra techniques in operator theory. Academic press.

[4] W. Rudin. Functional Analysis. McGraw-Hill.