

# 300 años de *El arte de la conjetura* de Jacob Bernoulli

Víctor M. Pérez Abreu C.  
CIMAT, Guanajuato

**II Congreso de Actuarios de la UNAM**

24 de enero del 2013

- I. Contexto
- II. Contenido de la obra
- III. Lo que no se conoce a priori se conoce a posteriori.
- IV. Conceptos de Estadística y Probabilidad en la obra
- V. Impacto
- VI. 2013 Año Internacional de la Estadística
- VII. Lecturas sugeridas

# I. *El arte de la conjetura*

## Contexto

- Jacob Bernoulli (1655-1705).

# I. *El arte de la conjetura*

## Contexto

- Jacob Bernoulli (1655-1705).
- 1713: Publicación *post mortem* (Nicolas Bernoulli, 1687-1769) (Nicolas I, 1687-1759).

# I. *El arte de la conjetura*

## Contexto

- Jacob Bernoulli (1655-1705).
- 1713: Publicación *post mortem* (Nicolas Bernoulli, 1687-1769) (Nicolas I, 1687-1759).
- 1654: Cartas entre Pascal (1623-1662) y Fermat (1601-1662).

# I. *El arte de la conjetura*

## Contexto

- Jacob Bernoulli (1655-1705).
- 1713: Publicación *post mortem* (Nicolas Bernoulli, 1687-1769) (Nicolas I, 1687-1759).
- 1654: Cartas entre Pascal (1623-1662) y Fermat (1601-1662).
- Libro de Christiaan Huygens (1629-1695).

# I. *El arte de la conjetura*

## Contexto

- Jacob Bernoulli (1655-1705).
- 1713: Publicación *post mortem* (Nicolas Bernoulli, 1687-1769) (Nicolas I, 1687-1759).
- 1654: Cartas entre Pascal (1623-1662) y Fermat (1601-1662).
- Libro de Christiaan Huygens (1629-1695).
- *Meditaciones Matemáticas* de Jacob Bernoulli (1677-1705).

# I. *El arte de la conjetura*

## Contexto

- Jacob Bernoulli (1655-1705).
- 1713: Publicación *post mortem* (Nicolas Bernoulli, 1687-1769) (Nicolas I, 1687-1759).
- 1654: Cartas entre Pascal (1623-1662) y Fermat (1601-1662).
- Libro de Christiaan Huygens (1629-1695).
- *Meditaciones Matemáticas* de Jacob Bernoulli (1677-1705).
- *Ars cogitandi* (1662), Libro 4: Decisiones bajo incertidumbre por analogía con juegos de azar.



# I. *El arte de la conjetura*

## Contexto

- Jacob Bernoulli (1655-1705).
- 1713: Publicación *post mortem* (Nicolas Bernoulli, 1687-1769) (Nicolas I, 1687-1759).
- 1654: Cartas entre Pascal (1623-1662) y Fermat (1601-1662).
- Libro de Christiaan Huygens (1629-1695).
- *Meditaciones Matemáticas* de Jacob Bernoulli (1677-1705).
- *Ars cogitandi* (1662), Libro 4: Decisiones bajo incertidumbre por analogía con juegos de azar.
- 1687-1705: Cartas entre Leibniz (1646-1716) y Jacob Bernoulli.

# I. *El arte de la conjetura*

## Contexto

- Jacob Bernoulli (1655-1705).
- 1713: Publicación *post mortem* (Nicolas Bernoulli, 1687-1769) (Nicolas I, 1687-1759).
- 1654: Cartas entre Pascal (1623-1662) y Fermat (1601-1662).
- Libro de Christiaan Huygens (1629-1695).
- *Meditaciones Matemáticas* de Jacob Bernoulli (1677-1705).
- *Ars cogitandi* (1662), Libro 4: Decisiones bajo incertidumbre por analogía con juegos de azar.
- 1687-1705: Cartas entre Leibniz (1646-1716) y Jacob Bernoulli.
- 1709: *De Use of Artis Conjectandi in Jure*, Nicolas I Bernoulli.

# I. El arte de la conjetura

## Contexto

- Jacob Bernoulli (1655-1705).
- 1713: Publicación *post mortem* (Nicolas Bernoulli, 1687-1769) (Nicolas I, 1687-1759).
- 1654: Cartas entre Pascal (1623-1662) y Fermat (1601-1662).
- Libro de Christiaan Huygens (1629-1695).
- *Meditaciones Matemáticas* de Jacob Bernoulli (1677-1705).
- *Ars cogitandi* (1662), Libro 4: Decisiones bajo incertidumbre por analogía con juegos de azar.
- 1687-1705: Cartas entre Leibniz (1646-1716) y Jacob Bernoulli.
- 1709: *De Use of Artis Conjectandi in Jure*, Nicolas I Bernoulli.
- Correspondencia entre Montmort, de Moivre y Nicolas I y sus libros.

# I. El arte de la conjetura

## Contexto

- Jacob Bernoulli (1655-1705).
- 1713: Publicación *post mortem* (Nicolas Bernoulli, 1687-1769) (Nicolas I, 1687-1759).
- 1654: Cartas entre Pascal (1623-1662) y Fermat (1601-1662).
- Libro de Christiaan Huygens (1629-1695).
- *Meditaciones Matemáticas* de Jacob Bernoulli (1677-1705).
- *Ars cogitandi* (1662), Libro 4: Decisiones bajo incertidumbre por analogía con juegos de azar.
- 1687-1705: Cartas entre Leibniz (1646-1716) y Jacob Bernoulli.
- 1709: *De Use of Artis Conjectandi in Jure*, Nicolas I Bernoulli.
- Correspondencia entre Montmort, de Moivre y Nicolas I y sus libros.
- Siglo XVII: Decisiones religiosas y políticas basadas en dogmas e intolerancia.

# I. *El arte de la conjetura*

Contexto, Jacob Bernoulli

- Estudio filosofía y teología en la Universidad de Basel.

# I. *El arte de la conjetura*

Contexto, Jacob Bernoulli

- Estudio filosofía y teología en la Universidad de Basel.
- Contribuciones en astronomía: cometa Kirch

# I. *El arte de la conjetura*

Contexto, Jacob Bernoulli

- Estudio filosofía y teología en la Universidad de Basel.
- Contribuciones en astronomía: cometa Kirch
- Cráter de luna Bernoulli en honor a Jacob y su hermano Johann.

# I. *El arte de la conjetura*

Contexto, Jacob Bernoulli

- Estudio filosofía y teología en la Universidad de Basel.
- Contribuciones en astronomía: cometa Kirch
- Cráter de luna Bernoulli en honor a Jacob y su hermano Johann.
- Matemáticas: combinatoria, teoría de números, cálculo infinitesimal, isoperimetría, geometría analítica, cálculo de variaciones.



# I. *El arte de la conjetura*

Contexto, Jacob Bernoulli

- Estudio filosofía y teología en la Universidad de Basel.
- Contribuciones en astronomía: cometa Kirch
- Cráter de luna Bernoulli en honor a Jacob y su hermano Johann.
- Matemáticas: combinatoria, teoría de números, cálculo infinitesimal, isoperimetría, geometría analítica, cálculo de variaciones.
- ¿Por qué estudió Jacob la incertidumbre?

# I. *El arte de la conjetura*

Contexto, Jacob Bernoulli

- Estudio filosofía y teología en la Universidad de Basel.
- Contribuciones en astronomía: cometa Kirch
- Cráter de luna Bernoulli en honor a Jacob y su hermano Johann.
- Matemáticas: combinatoria, teoría de números, cálculo infinitesimal, isoperimetría, geometría analítica, cálculo de variaciones.
- ¿Por qué estudió Jacob la incertidumbre?
- Etapas de estudio y preparación de *El arte de la conjetura*

# I. *El arte de la conjetura*

Contexto, Jacob Bernoulli

- Estudio filosofía y teología en la Universidad de Basel.
- Contribuciones en astronomía: cometa Kirch
- Cráter de luna Bernoulli en honor a Jacob y su hermano Johann.
- Matemáticas: combinatoria, teoría de números, cálculo infinitesimal, isoperimetría, geometría analítica, cálculo de variaciones.
- ¿Por qué estudió Jacob la incertidumbre?
- Etapas de estudio y preparación de *El arte de la conjetura*
  - 1684-1685: Problemas de juegos de azar propuestos por Huygens.

# I. *El arte de la conjetura*

Contexto, Jacob Bernoulli

- Estudio filosofía y teología en la Universidad de Basel.
- Contribuciones en astronomía: cometa Kirch
- Cráter de luna Bernoulli en honor a Jacob y su hermano Johann.
- Matemáticas: combinatoria, teoría de números, cálculo infinitesimal, isoperimetría, geometría analítica, cálculo de variaciones.
- ¿Por qué estudió Jacob la incertidumbre?
- Etapas de estudio y preparación de *El arte de la conjetura*
  - 1684-1685: Problemas de juegos de azar propuestos por Huygens.
  - 1685-1686: Probabilidades no son conocidas a priori, tienen que ser determinadas a posteriori.

# I. *El arte de la conjetura*

Contexto, Jacob Bernoulli

- Estudio filosofía y teología en la Universidad de Basel.
- Contribuciones en astronomía: cometa Kirch
- Cráter de luna Bernoulli en honor a Jacob y su hermano Johann.
- Matemáticas: combinatoria, teoría de números, cálculo infinitesimal, isoperimetría, geometría analítica, cálculo de variaciones.
- ¿Por qué estudió Jacob la incertidumbre?
- Etapas de estudio y preparación de *El arte de la conjetura*
  - 1684-1685: Problemas de juegos de azar propuestos por Huygens.
  - 1685-1686: Probabilidades no son conocidas a priori, tienen que ser determinadas a posteriori.
  - 1687-1689: Cálculo de probabilidades.

# I. *El arte de la conjetura*

Contexto, Jacob Bernoulli

- Estudio filosofía y teología en la Universidad de Basel.
- Contribuciones en astronomía: cometa Kirch
- Cráter de luna Bernoulli en honor a Jacob y su hermano Johann.
- Matemáticas: combinatoria, teoría de números, cálculo infinitesimal, isoperimetría, geometría analítica, cálculo de variaciones.
- ¿Por qué estudió Jacob la incertidumbre?
- Etapas de estudio y preparación de *El arte de la conjetura*
  - 1684-1685: Problemas de juegos de azar propuestos por Huygens.
  - 1685-1686: Probabilidades no son conocidas a priori, tienen que ser determinadas a posteriori.
  - 1687-1689: Cálculo de probabilidades.
- 1690-1705: ¿Falta de un ejemplo convincente?

# I. *El arte de la conjetura*

Contexto, Jacob Bernoulli

- Estudio filosofía y teología en la Universidad de Basel.
- Contribuciones en astronomía: cometa Kirch
- Cráter de luna Bernoulli en honor a Jacob y su hermano Johann.
- Matemáticas: combinatoria, teoría de números, cálculo infinitesimal, isoperimetría, geometría analítica, cálculo de variaciones.
- ¿Por qué estudió Jacob la incertidumbre?
- Etapas de estudio y preparación de *El arte de la conjetura*
  - 1684-1685: Problemas de juegos de azar propuestos por Huygens.
  - 1685-1686: Probabilidades no son conocidas a priori, tienen que ser determinadas a posteriori.
  - 1687-1689: Cálculo de probabilidades.
- 1690-1705: ¿Falta de un ejemplo convincente?
  - Datos de anualidades Johan de Witt (1625-1672).

# I. *El arte de la conjetura*

Contexto, Jacob Bernoulli

- Estudio filosofía y teología en la Universidad de Basel.
- Contribuciones en astronomía: cometa Kirch
- Cráter de luna Bernoulli en honor a Jacob y su hermano Johann.
- Matemáticas: combinatoria, teoría de números, cálculo infinitesimal, isoperimetría, geometría analítica, cálculo de variaciones.
- ¿Por qué estudió Jacob la incertidumbre?
- Etapas de estudio y preparación de *El arte de la conjetura*
  - 1684-1685: Problemas de juegos de azar propuestos por Huygens.
  - 1685-1686: Probabilidades no son conocidas a priori, tienen que ser determinadas a posteriori.
  - 1687-1689: Cálculo de probabilidades.
- 1690-1705: ¿Falta de un ejemplo convincente?
  - Datos de anualidades Johan de Witt (1625-1672).
- **¿Había condiciones para entender una idea revolucionaria para desarrollar un método para describir y entender la incertidumbre?**



## II. Contenido de *El arte de la conjetura*

Cinco partes

- 1 Comentarios a trabajos de Huygens sobre juegos de azar.

## II. Contenido de *El arte de la conjetura*

Cinco partes

- 1 Comentarios a trabajos de Huygens sobre juegos de azar.
  - Estudio de 14 juegos de azar.

## II. Contenido de *El arte de la conjetura*

Cinco partes

- 1 Comentarios a trabajos de Huygens sobre juegos de azar.
  - Estudio de 14 juegos de azar.
  - Solución a cinco problemas nuevos de Huygens.

## II. Contenido de *El arte de la conjetura*

Cinco partes

### 1 Comentarios a trabajos de Huygens sobre juegos de azar.

- Estudio de 14 juegos de azar.
- Solución a cinco problemas nuevos de Huygens.
- Cálculo de valores esperado

$$(Ganancia esperada) > c(Perdida esperada)$$

## II. Contenido de *El arte de la conjetura*

Cinco partes

### 1 Comentarios a trabajos de Huygens sobre juegos de azar.

- Estudio de 14 juegos de azar.
- Solución a cinco problemas nuevos de Huygens.
- Cálculo de valores esperado

$$(\text{Ganancia esperada}) > c(\text{Perdida esperada})$$

- Distribución binomial.

## II. Contenido de *El arte de la conjetura*

Cinco partes

### 1 Comentarios a trabajos de Huygens sobre juegos de azar.

- Estudio de 14 juegos de azar.
- Solución a cinco problemas nuevos de Huygens.
- Cálculo de valores esperado

$$(\text{Ganancia esperada}) > c(\text{Perdida esperada})$$

- Distribución binomial.

### 2 Combinatoria

## II. Contenido de *El arte de la conjetura*

Cinco partes

### 1 Comentarios a trabajos de Huygens sobre juegos de azar.

- Estudio de 14 juegos de azar.
- Solución a cinco problemas nuevos de Huygens.
- Cálculo de valores esperado

$$(\text{Ganancia esperada}) > c(\text{Perdida esperada})$$

- Distribución binomial.

### 2 Combinatoria

- Triangulo de Pascal

## II. Contenido de *El arte de la conjetura*

Cinco partes

### 1 Comentarios a trabajos de Huygens sobre juegos de azar.

- Estudio de 14 juegos de azar.
- Solución a cinco problemas nuevos de Huygens.
- Cálculo de valores esperado

$$(\text{Ganancia esperada}) > c(\text{Perdida esperada})$$

- Distribución binomial.

### 2 Combinatoria

- Triangulo de Pascal
- Permutaciones y combinaciones



## II. Contenido de *El arte de la conjetura*

Cinco partes

### 1 Comentarios a trabajos de Huygens sobre juegos de azar.

- Estudio de 14 juegos de azar.
- Solución a cinco problemas nuevos de Huygens.
- Cálculo de valores esperado

$$(\text{Ganancia esperada}) > c(\text{Perdida esperada})$$

- Distribución binomial.

### 2 Combinatoria

- Triangulo de Pascal
- Permutaciones y combinaciones
- Números de Bernoulli, sumas de potencias de enteros.

## II. Contenido de *El arte de la conjetura*

Cinco partes

### 1 Comentarios a trabajos de Huygens sobre juegos de azar.

- Estudio de 14 juegos de azar.
- Solución a cinco problemas nuevos de Huygens.
- Cálculo de valores esperado

$$(\text{Ganancia esperada}) > c(\text{Perdida esperada})$$

- Distribución binomial.

### 2 Combinatoria

- Triangulo de Pascal
- Permutaciones y combinaciones
- Números de Bernoulli, sumas de potencias de enteros.

### 3 24 nuevos juegos de azar

## II. Contenido de *El arte de la conjetura*

Cinco partes

### 1 Comentarios a trabajos de Huygens sobre juegos de azar.

- Estudio de 14 juegos de azar.
- Solución a cinco problemas nuevos de Huygens.
- Cálculo de valores esperado

$$(\text{Ganancia esperada}) > c(\text{Perdida esperada})$$

- Distribución binomial.

### 2 Combinatoria

- Triangulo de Pascal
- Permutaciones y combinaciones
- Números de Bernoulli, sumas de potencias de enteros.

### 3 24 nuevos juegos de azar

Ap. Series infinitas: Funciones theta

$$\sum_{n=0}^{\infty} m^{n^2} \text{ y } \sum_{n=0}^{\infty} m^{n(n+3)/2}.$$

## II. Contenido de *El arte de la conjetura*

Cuarta parte: Lo que no se conoce a priori se puede predecir a posteriori

- Título: *Uso y aplicaciones de los resultados anteriores en asuntos civiles, morales y económicos.*

## II. Contenido de *El arte de la conjetura*

Cuarta parte: Lo que no se conoce a priori se puede predecir a posteriori

- Título: *Uso y aplicaciones de los resultados anteriores en asuntos civiles, morales y económicos.*
- JaB: "Es bien conocido que la frecuencia relativa de un evento estará más cerca a la verdad si tenemos más observaciones". (Cardano (1501-1576)).

## II. Contenido de *El arte de la conjetura*

Cuarta parte: Lo que no se conoce a priori se puede predecir a posteriori

- Título: *Uso y aplicaciones de los resultados anteriores en asuntos civiles, morales y económicos.*
- JaB: "Es bien conocido que la frecuencia relativa de un evento estará más cerca a la verdad si tenemos más observaciones". (Cardano (1501-1576)).
- JaB: "Este problema lo he pensado durante 20 años."

## II. Contenido de *El arte de la conjetura*

Cuarta parte: Lo que no se conoce a priori se puede predecir a posteriori

- Título: *Uso y aplicaciones de los resultados anteriores en asuntos civiles, morales y económicos.*
- JaB: "Es bien conocido que la frecuencia relativa de un evento estará más cerca a la verdad si tenemos más observaciones". (Cardano (1501-1576)).
- JaB: "Este problema lo he pensado durante 20 años."
- JaB: "Su novedad y utilidad son tan importantes como su gran dificultad, excediendo la de las otras partes del trabajo."

# III. Resultado principal en Parte 4

Usando notación moderna

- En juegos de azar se conocen  $\#$  casos posibles y  $\#$  favorables



# III. Resultado principal en Parte 4

Usando notación moderna

- En juegos de azar se conocen  $\#$  casos posibles y  $\#$  favorables
- En procesos de la vida real el  $\#$  casos posibles y  $\#$  favorables están ocultos.

### III. Resultado principal en Parte 4

Usando notación moderna

- En juegos de azar se conocen # casos posibles y # favorables
- En procesos de la vida real el # casos posibles y # favorables están ocultos.
- Repetición sucesiva de un experimento aleatorio en el cual se considera la ocurrencia (**fértil**) o no ocurrencia (**no fértil**) de un evento. Probabilidad de ocurrencia en cada repetición del experimento  $p$  :  $r$  y  $s$  números naturales

$$p = r / (r + s).$$

### III. Resultado principal en Parte 4

Usando notación moderna

- En juegos de azar se conocen # casos posibles y # favorables
- En procesos de la vida real el # casos posibles y # favorables estan ocultos.
- Repetición sucesiva de un experimento aleatorio en el cual se considera la ocurrencia (**fértil**) o no ocurrencia (**no fértil**) de un evento. Probabilidad de ocurrencia en cada repetición del experimento  $p : r$  y  $s$  números naturales

$$p = r / (r + s).$$

- $n$  # experimentos,  $S_n$  # éxitos,  $\hat{p}_n = S_n / n$  **frecuencia relativa**.

### III. Resultado principal en Parte 4

Usando notación moderna

- En juegos de azar se conocen # casos posibles y # favorables
- En procesos de la vida real el # casos posibles y # favorables estan ocultos.
- Repetición sucesiva de un experimento aleatorio en el cual se considera la ocurrencia (**fértil**) o no ocurrencia (**no fértil**) de un evento. Probabilidad de ocurrencia en cada repetición del experimento  $p : r$  y  $s$  números naturales

$$p = r / (r + s).$$

- $n$  # experimentos,  $S_n$  # éxitos,  $\hat{p}_n = S_n / n$  **frecuencia relativa**.
- $\epsilon = 1 / (r + s)$ .

### III. Resultado principal en Parte 4

Usando notación moderna

- En juegos de azar se conocen  $\#$  casos posibles y  $\#$  favorables
- En procesos de la vida real el  $\#$  casos posibles y  $\#$  favorables están ocultos.
- Repetición sucesiva de un experimento aleatorio en el cual se considera la ocurrencia (**fértil**) o no ocurrencia (**no fértil**) de un evento. Probabilidad de ocurrencia en cada repetición del experimento  $p$  :  $r$  y  $s$  números naturales

$$p = r / (r + s).$$

- $n$   $\#$  experimentos,  $S_n$   $\#$  éxitos,  $\hat{p}_n = S_n / n$  **frecuencia relativa**.
- $\epsilon = 1 / (r + s)$ .
- Resultado principal: Dado  $c > 0$ , se prescribe  $N \geq 1$  tal que

$$\mathbb{P}_N (|\hat{p}_N - p| \leq \epsilon) > c \mathbb{P}_N (|\hat{p}_N - p| > \epsilon)$$

# III. Última página de la Parte 4

## Aspectos filosóficos

- Dado  $c > 0$ , se prescribe  $N \geq 1$  tal que

$$\mathbb{P}_N \left( |\hat{p}_N - p| \leq \frac{1}{s+r} \right) > c \mathbb{P}_N \left( |\hat{p}_N - p| > \frac{1}{s+r} \right).$$

# III. Última página de la Parte 4

## Aspectos filosóficos

- Dado  $c > 0$ , se prescribe  $N \geq 1$  tal que

$$\mathbb{P}_N \left( |\hat{p}_N - p| \leq \frac{1}{s+r} \right) > c \mathbb{P}_N \left( |\hat{p}_N - p| > \frac{1}{s+r} \right).$$

- $r = 30, s = 20, t = r + s = 50$

# III. Última página de la Parte 4

## Aspectos filosóficos

- Dado  $c > 0$ , se prescribe  $N \geq 1$  tal que

$$\mathbb{P}_N \left( \left| \hat{p}_N - p \right| \leq \frac{1}{s+r} \right) > c \mathbb{P}_N \left( \left| \hat{p}_N - p \right| > \frac{1}{s+r} \right).$$

- $r = 30, s = 20, t = r + s = 50$
- cota superior  $(r + 1)/t = 31/50$ , cota inferior  $(r - 1)/t = 29/50$



# III. Última página de la Parte 4

## Aspectos filosóficos

- Dado  $c > 0$ , se prescribe  $N \geq 1$  tal que

$$\mathbb{P}_N \left( \left| \hat{p}_N - p \right| \leq \frac{1}{s+r} \right) > c \mathbb{P}_N \left( \left| \hat{p}_N - p \right| > \frac{1}{s+r} \right).$$

- $r = 30, s = 20, t = r + s = 50$
- cota superior  $(r + 1)/t = 31/50$ , cota inferior  $(r - 1)/t = 29/50$
- $c = 1000, N = 25500$ .

# III. Última página de la Parte 4

## Aspectos filosóficos

- Dado  $c > 0$ , se prescribe  $N \geq 1$  tal que

$$\mathbb{P}_N \left( \left| \hat{p}_N - p \right| \leq \frac{1}{s+r} \right) > c \mathbb{P}_N \left( \left| \hat{p}_N - p \right| > \frac{1}{s+r} \right).$$

- $r = 30, s = 20, t = r + s = 50$
- cota superior  $(r + 1)/t = 31/50$ , cota inferior  $(r - 1)/t = 29/50$
- $c = 1000, N = 25500$ .
- Jacob: "Si se tomaran 25500 experimentos sería 1000 veces más posible (verosímil) que la razón del número de observaciones fértiles estuviera en el intervalo  $(29/50, 31/50)$  que fuera del intervalo."

### III. Última página de la Parte 4

#### Aspectos filosóficos

- Dado  $c > 0$ , se prescribe  $N \geq 1$  tal que

$$\mathbb{P}_N \left( |\hat{p}_N - p| \leq \frac{1}{s+r} \right) > c \mathbb{P}_N \left( |\hat{p}_N - p| > \frac{1}{s+r} \right).$$

- $r = 30$ ,  $s = 20$ ,  $t = r + s = 50$
- cota superior  $(r + 1)/t = 31/50$ , cota inferior  $(r - 1)/t = 29/50$
- $c = 1000$ ,  $N = 25500$ .
- Jacob: "Si se tomaran 25500 experimentos sería 1000 veces más posible (verosímil) que la razón del número de observaciones fértiles estuviera en el intervalo  $(29/50, 31/50)$  que fuera del intervalo."
- Continúa, "Si se tomara  $c$  como 10,000, se vería que sería más de diez mil veces más probable si hay 31,258 experimentos, y cien mil veces mas probable si hay 36,966 experimentos, y así sucesivamente hasta infinito, o, agregando de manera continua a los 25, 550 otros 5708 experimentos."

### III. Aspectos filosóficos

Mutante y permanente vuelvo a resurgir siendo el mismo

- Dado  $c > 0$ , se prescribe  $N \geq 1$  tal que

$$\mathbb{P}_N \left( |\hat{p}_N - p| \leq \frac{1}{s+r} \right) > c \mathbb{P}_N \left( |\hat{p}_N - p| > \frac{1}{s+r} \right).$$

### III. Aspectos filosóficos

Mutante y permanente vuelvo a resurgir siendo el mismo

- Dado  $c > 0$ , se prescribe  $N \geq 1$  tal que

$$\mathbb{P}_N \left( |\hat{p}_N - p| \leq \frac{1}{s+r} \right) > c \mathbb{P}_N \left( |\hat{p}_N - p| > \frac{1}{s+r} \right).$$

- Prosigue... "Se sigue de este resultado extraordinario que si se continuaran las observaciones de este experimento por toda la eternidad (con la probabilidad finalmente transformada en certidumbre perfecta), entonces todo en el mundo sería observar lo que ocurre en razones fijas y con una ley constante de alteración."

### III. Aspectos filosóficos

Mutante y permanente vuelvo a resurgir siendo el mismo

- Dado  $c > 0$ , se prescribe  $N \geq 1$  tal que

$$\mathbb{P}_N \left( |\hat{p}_N - p| \leq \frac{1}{s+r} \right) > c \mathbb{P}_N \left( |\hat{p}_N - p| > \frac{1}{s+r} \right).$$

- Prosigue... "Se sigue de este resultado extraordinario que si se continuaran las observaciones de este experimento por toda la eternidad (con la probabilidad finalmente transformada en certidumbre perfecta), entonces todo en el mundo sería observar lo que ocurre en razones fijas y con una ley constante de alteración."
- Finaliza.... "No se si Platón quería o no decir este resultado en su dogma.....todo regresa a su estado original."

### III. Aspectos filosóficos

Mutante y permanente vuelvo a resurgir siendo el mismo

- Dado  $c > 0$ , se prescribe  $N \geq 1$  tal que

$$\mathbb{P}_N \left( |\hat{p}_N - p| \leq \frac{1}{s+r} \right) > c \mathbb{P}_N \left( |\hat{p}_N - p| > \frac{1}{s+r} \right).$$

- Prosigue... "Se sigue de este resultado extraordinario que si se continuaran las observaciones de este experimento por toda la eternidad (con la probabilidad finalmente transformada en certidumbre perfecta), entonces todo en el mundo sería observar lo que ocurre en razones fijas y con una ley constante de alteración."
- Finaliza.... "No se si Platón quería o no decir este resultado en su dogma.....todo regresa a su estado original."
- Preguntas:

### III. Aspectos filosóficos

Mutante y permanente vuelvo a resurgir siendo el mismo

- Dado  $c > 0$ , se prescribe  $N \geq 1$  tal que

$$\mathbb{P}_N \left( \left| \hat{p}_N - p \right| \leq \frac{1}{s+r} \right) > c \mathbb{P}_N \left( \left| \hat{p}_N - p \right| > \frac{1}{s+r} \right).$$

- Prosigue... "Se sigue de este resultado extraordinario que si se continuaran las observaciones de este experimento por toda la eternidad (con la probabilidad finalmente transformada en certidumbre perfecta), entonces todo en el mundo sería observar lo que ocurre en razones fijas y con una ley constante de alteración."
- Finaliza.... "No se si Platón quería o no decir este resultado en su dogma.....todo regresa a su estado original."
- Preguntas:
  - ¿Pensaba Jacob en predicción del futuro?



### III. Aspectos filosóficos

Mutante y permanente vuelvo a resurgir siendo el mismo

- Dado  $c > 0$ , se prescribe  $N \geq 1$  tal que

$$\mathbb{P}_N \left( |\hat{p}_N - p| \leq \frac{1}{s+r} \right) > c \mathbb{P}_N \left( |\hat{p}_N - p| > \frac{1}{s+r} \right).$$

- Prosigue... "Se sigue de este resultado extraordinario que si se continuaran las observaciones de este experimento por toda la eternidad (con la probabilidad finalmente transformada en certidumbre perfecta), entonces todo en el mundo sería observar lo que ocurre en razones fijas y con una ley constante de alteración."
- Finaliza.... "No se si Platón quería o no decir este resultado en su dogma.....todo regresa a su estado original."
- Preguntas:
  - ¿Pensaba Jacob en predicción del futuro?
  - ¿Le preocupaba a Jacob Bernoulli el tamaño de muestra?

## IV. Probabilidad y Estadística en la obra

- Dado  $c > 0$ , se prescribe  $N \geq 1$  tal que

$$\mathbb{P}_N (|\hat{p}_N - p| \leq \epsilon) > c\mathbb{P}_N (|\hat{p}_N - p| > \epsilon).$$

## IV. Probabilidad y Estadística en la obra

- Dado  $c > 0$ , se prescribe  $N \geq 1$  tal que

$$\mathbb{P}_N (|\hat{p}_N - p| \leq \epsilon) > c \mathbb{P}_N (|\hat{p}_N - p| > \epsilon).$$

- **Ley de los grandes números:** Dado  $c > 0$ , existe  $N \geq 1$  y

$$\mathbb{P}_N (|\hat{p}_N - p| > \epsilon) < \frac{1}{1 + c}.$$

## IV. Probabilidad y Estadística en la obra

- Dado  $c > 0$ , se prescribe  $N \geq 1$  tal que

$$\mathbb{P}_N (|\hat{p}_N - p| \leq \epsilon) > c \mathbb{P}_N (|\hat{p}_N - p| > \epsilon).$$

- **Ley de los grandes números:** Dado  $c > 0$ , existe  $N \geq 1$  y

$$\mathbb{P}_N (|\hat{p}_N - p| > \epsilon) < \frac{1}{1+c}.$$

- **Probabilidad clásica:**

## IV. Probabilidad y Estadística en la obra

- Dado  $c > 0$ , se prescribe  $N \geq 1$  tal que

$$\mathbb{P}_N (|\hat{p}_N - p| \leq \epsilon) > c\mathbb{P}_N (|\hat{p}_N - p| > \epsilon).$$

- **Ley de los grandes números:** Dado  $c > 0$ , existe  $N \geq 1$  y

$$\mathbb{P}_N (|\hat{p}_N - p| > \epsilon) < \frac{1}{1+c}.$$

- **Probabilidad clásica:**

- $\mathbb{P}_n$ , y  $p$  son racionales.

## IV. Probabilidad y Estadística en la obra

- Dado  $c > 0$ , se prescribe  $N \geq 1$  tal que

$$\mathbb{P}_N (|\hat{p}_N - p| \leq \epsilon) > c\mathbb{P}_N (|\hat{p}_N - p| > \epsilon).$$

- **Ley de los grandes números:** Dado  $c > 0$ , existe  $N \geq 1$  y

$$\mathbb{P}_N (|\hat{p}_N - p| > \epsilon) < \frac{1}{1+c}.$$

- **Probabilidad clásica:**

- $\mathbb{P}_n$ , y  $p$  son racionales.
- Número de casos favorables entre número de casos posibles.

## IV. Probabilidad y Estadística en la obra

- Dado  $c > 0$ , se prescribe  $N \geq 1$  tal que

$$\mathbb{P}_N (|\hat{p}_N - p| \leq \epsilon) > c \mathbb{P}_N (|\hat{p}_N - p| > \epsilon).$$

- **Ley de los grandes números:** Dado  $c > 0$ , existe  $N \geq 1$  y

$$\mathbb{P}_N (|\hat{p}_N - p| > \epsilon) < \frac{1}{1+c}.$$

- **Probabilidad clásica:**

- $\mathbb{P}_n$ , y  $p$  son racionales.
- Número de casos favorables entre número de casos posibles.

- **Estimación de probabilidades:**

## IV. Probabilidad y Estadística en la obra

- Dado  $c > 0$ , se prescribe  $N \geq 1$  tal que

$$\mathbb{P}_N (|\hat{p}_N - p| \leq \epsilon) > c\mathbb{P}_N (|\hat{p}_N - p| > \epsilon).$$

- **Ley de los grandes números:** Dado  $c > 0$ , existe  $N \geq 1$  y

$$\mathbb{P}_N (|\hat{p}_N - p| > \epsilon) < \frac{1}{1+c}.$$

- **Probabilidad clásica:**

- $\mathbb{P}_n$ , y  $p$  son racionales.
- Número de casos favorables entre número de casos posibles.

- **Estimación de probabilidades:**

- *Frecuencia relativa  $\hat{p}_n$  aproxima al verdadero valor  $p$  cuando **no es posible conocer todos los casos posibles.***



## IV. Probabilidad y Estadística en la obra

- Dado  $c > 0$ , se prescribe  $N \geq 1$  tal que

$$\mathbb{P}_N (|\hat{p}_N - p| \leq \epsilon) > c\mathbb{P}_N (|\hat{p}_N - p| > \epsilon).$$

- **Ley de los grandes números:** Dado  $c > 0$ , existe  $N \geq 1$  y

$$\mathbb{P}_N (|\hat{p}_N - p| > \epsilon) < \frac{1}{1+c}.$$

- **Probabilidad clásica:**

- $\mathbb{P}_n$ , y  $p$  son racionales.
- Número de casos favorables entre número de casos posibles.

- **Estimación de probabilidades:**

- *Frecuencia relativa  $\hat{p}_n$  aproxima al verdadero valor  $p$  cuando **no es posible conocer todos los casos posibles.***

- **Convergencia en probabilidad:**

## IV. Probabilidad y Estadística en la obra

- Dado  $c > 0$ , se prescribe  $N \geq 1$  tal que

$$\mathbb{P}_N (|\hat{p}_N - p| \leq \epsilon) > c \mathbb{P}_N (|\hat{p}_N - p| > \epsilon).$$

- **Ley de los grandes números:** Dado  $c > 0$ , existe  $N \geq 1$  y

$$\mathbb{P}_N (|\hat{p}_N - p| > \epsilon) < \frac{1}{1+c}.$$

- **Probabilidad clásica:**

- $\mathbb{P}_n$ , y  $p$  son racionales.
- Número de casos favorables entre número de casos posibles.

- **Estimación de probabilidades:**

- *Frecuencia relativa  $\hat{p}_n$  aproxima al verdadero valor  $p$  cuando **no es posible conocer todos los casos posibles.***

- **Convergencia en probabilidad:**

- Forma de aproximación

$$\mathbb{P}_n (|\hat{p}_n - p| > \epsilon) \rightarrow 0, n \rightarrow \infty.$$

## IV. Probabilidad y Estadística en la obra

- Dado  $c > 0$ , se prescribe  $N \geq 1$  tal que

$$\mathbb{P}_N (|\hat{p}_N - p| \leq \epsilon) > c\mathbb{P}_N (|\hat{p}_N - p| > \epsilon).$$

- **Ley de los grandes números:** Dado  $c > 0$ , existe  $N \geq 1$  y

$$\mathbb{P}_N (|\hat{p}_N - p| > \epsilon) < \frac{1}{1+c}.$$

- **Probabilidad clásica:**

- $\mathbb{P}_n$ , y  $p$  son racionales.
- Número de casos favorables entre número de casos posibles.

- **Estimación de probabilidades:**

- *Frecuencia relativa  $\hat{p}_n$  aproxima al verdadero valor  $p$  cuando **no es posible conocer todos los casos posibles.***

- **Convergencia en probabilidad:**

- Forma de aproximación

$$\mathbb{P}_n (|\hat{p}_n - p| > \epsilon) \rightarrow 0, n \rightarrow \infty.$$

- **Estimador consistente**

## IV. Rigor y tamaño de muestra

- **Demostración:**

## IV. Rigor y tamaño de muestra

- **Demostración:**

- Alto rigor: 5 lemas y "el límite"

# IV. Rigor y tamaño de muestra

- **Demostración:**

- Alto rigor: 5 lemas y "el límite"
- 1821: Argumentos  $\delta - \varepsilon$ , Cauchy (1789-1857).

## IV. Rigor y tamaño de muestra

- **Demostración:**
  - Alto rigor: 5 lemas y "el límite"
  - 1821: Argumentos  $\delta - \varepsilon$ , Cauchy (1789-1857).
- **¿Qué tan grande debe ser el tamaño de muestra  $n$ ?:**

## IV. Rigor y tamaño de muestra

- **Demostración:**

- Alto rigor: 5 lemas y "el límite"
- 1821: Argumentos  $\delta - \varepsilon$ , Cauchy (1789-1857).

- **¿Qué tan grande debe ser el tamaño de muestra  $n$ ?:**

- Cota superior para la probabilidad es muy grande.



## IV. Rigor y tamaño de muestra

- **Demostración:**

- Alto rigor: 5 lemas y "el límite"
- 1821: Argumentos  $\delta - \epsilon$ , Cauchy (1789-1857).

- **¿Qué tan grande debe ser el tamaño de muestra  $n$ ?:**

- Cota superior para la probabilidad es muy grande.
- $c = 1$ ,  $\epsilon = 1/5000$  necesitan  $n = 25550$ .

## IV. Rigor y tamaño de muestra

- **Demostración:**

- Alto rigor: 5 lemas y "el límite"
- 1821: Argumentos  $\delta - \epsilon$ , Cauchy (1789-1857).

- **¿Qué tan grande debe ser el tamaño de muestra  $n$ ?:**

- Cota superior para la probabilidad es muy grande.
- $c = 1$ ,  $\epsilon = 1/5000$  necesitan  $n = 25550$ .

- **Intuición y estudios empíricos** de Jacob Bernoulli: *menos observaciones*

# IV. Modelos de urnas, simulación y aplicación

- **Modelo de urnas**

# IV. Modelos de urnas, simulación y aplicación

- **Modelo de urnas**
  - Con  $r + s$  fichas

# IV. Modelos de urnas, simulación y aplicación

- **Modelo de urnas**

- Con  $r + s$  fichas
- $r = 3000$ ,  $s = 2000$ .

# IV. Modelos de urnas, simulación y aplicación

- **Modelo de urnas**

- Con  $r + s$  fichas
- $r = 3000$ ,  $s = 2000$ .
- Muestreo con reemplazo

# IV. Modelos de urnas, simulación y aplicación

## • Modelo de urnas

- Con  $r + s$  fichas
- $r = 3000$ ,  $s = 2000$ .
- Muestreo con reemplazo
- Independencia

# IV. Modelos de urnas, simulación y aplicación

## • Modelo de urnas

- Con  $r + s$  fichas
- $r = 3000$ ,  $s = 2000$ .
- Muestreo con reemplazo
- Independencia

## • Simulación



# IV. Modelos de urnas, simulación y aplicación

## • Modelo de urnas

- Con  $r + s$  fichas
- $r = 3000$ ,  $s = 2000$ .
- Muestreo con reemplazo
- Independencia

## • Simulación

- Para ilustrar el resultado

# IV. Modelos de urnas, simulación y aplicación

## • Modelo de urnas

- Con  $r + s$  fichas
- $r = 3000$ ,  $s = 2000$ .
- Muestreo con reemplazo
- Independencia

## • Simulación

- Para ilustrar el resultado
- Estudios empíricos

# IV. Modelos de urnas, simulación y aplicación

## ● Modelo de urnas

- Con  $r + s$  fichas
- $r = 3000$ ,  $s = 2000$ .
- Muestreo con reemplazo
- Independencia

## ● Simulación

- Para ilustrar el resultado
- Estudios empíricos
- Aplicaciones potenciales.

# IV. Modelos de urnas, simulación y aplicación

## ● Modelo de urnas

- Con  $r + s$  fichas
- $r = 3000$ ,  $s = 2000$ .
- Muestreo con reemplazo
- Independencia

## ● Simulación

- Para ilustrar el resultado
- Estudios empíricos
- Aplicaciones potenciales.

## ● Aplicaciones

# IV. Modelos de urnas, simulación y aplicación

## ● Modelo de urnas

- Con  $r + s$  fichas
- $r = 3000$ ,  $s = 2000$ .
- Muestreo con reemplazo
- Independencia

## ● Simulación

- Para ilustrar el resultado
- Estudios empíricos
- Aplicaciones potenciales.

## ● Aplicaciones

- Sugirió estimar probabilidades en problemas de seguros, leyes, etc.

# IV. Modelos de urnas, simulación y aplicación

## ● Modelo de urnas

- Con  $r + s$  fichas
- $r = 3000$ ,  $s = 2000$ .
- Muestreo con reemplazo
- Independencia

## ● Simulación

- Para ilustrar el resultado
- Estudios empíricos
- Aplicaciones potenciales.

## ● Aplicaciones

- Sugirió estimar probabilidades en problemas de seguros, leyes, etc.
- No tuvo acceso a los datos de Johan de Witt.

# V. Impacto de Parte 4 de El arte de la conjetura

Una historia bien conocida

- 1709 Nicolas I Bernoulli: aplicación en problemas reales.

# V. Impacto de Parte 4 de El arte de la conjetura

Una historia bien conocida

- 1709 Nicolas I Bernoulli: aplicación en problemas reales.
- 1738 de Moivre (1667-1754): Teorema Central del Límite Local



# V. Impacto de Parte 4 de El arte de la conjetura

Una historia bien conocida

- 1709 Nicolas I Bernoulli: aplicación en problemas reales.
- 1738 de Moivre (1667-1754): Teorema Central del Límite Local
- 1812 Laplace (1749-1827): Teorema Central del Límite Integral

# V. Impacto de Parte 4 de El arte de la conjetura

Una historia bien conocida

- 1709 Nicolas I Bernoulli: aplicación en problemas reales.
- 1738 de Moivre (1667-1754): Teorema Central del Límite Local
- 1812 Laplace (1749-1827): Teorema Central del Límite Integral
- 1837 Poisson (1781-1840): Aproximación de Poisson

# V. Impacto de Parte 4 de El arte de la conjetura

Una historia bien conocida

- 1709 Nicolas I Bernoulli: aplicación en problemas reales.
- 1738 de Moivre (1667-1754): Teorema Central del Límite Local
- 1812 Laplace (1749-1827): Teorema Central del Límite Integral
- 1837 Poisson (1781-1840): Aproximación de Poisson
- 1853 Byenaymé (1796-1878), 1874 Chebyshev (1821-1894), 1884 Markov (1856-1922):

$$\mathbb{P}_n (|\hat{p}_n - p| > \epsilon) < \frac{1}{4n\epsilon^2}$$

# V. Impacto de Parte 4 de El arte de la conjetura

Una historia bien conocida

- 1709 Nicolas I Bernoulli: aplicación en problemas reales.
- 1738 de Moivre (1667-1754): Teorema Central del Límite Local
- 1812 Laplace (1749-1827): Teorema Central del Límite Integral
- 1837 Poisson (1781-1840): Aproximación de Poisson
- 1853 Byenaymé (1796-1878), 1874 Chebyshev (1821-1894), 1884 Markov (1856-1922):

$$\mathbb{P}_n (|\hat{p}_n - p| > \epsilon) < \frac{1}{4n\epsilon^2}$$

- 1911 Berstein (1880-1897): Demostración de Teorema de Weierstrass

# V. Impacto de Parte 4 de El arte de la conjetura

Una historia bien conocida

- 1709 Nicolas I Bernoulli: aplicación en problemas reales.
- 1738 de Moivre (1667-1754): Teorema Central del Límite Local
- 1812 Laplace (1749-1827): Teorema Central del Límite Integral
- 1837 Poisson (1781-1840): Aproximación de Poisson
- 1853 Byenaymé (1796-1878), 1874 Chebyshev (1821-1894), 1884 Markov (1856-1922):

$$\mathbb{P}_n (|\hat{p}_n - p| > \epsilon) < \frac{1}{4n\epsilon^2}$$

- 1911 Berstein (1880-1897): Demostración de Teorema de Weierstrass
- 1938 Cramer (1893-1985): Desviaciones grandes,  $\epsilon > 0$

$$\mathbb{P}_n (|\hat{p}_n - p| > \epsilon) < 2 \exp(-2n\epsilon^2).$$

## V. Límite de probabilidades vs probabilidad del límite

- $\xi_1, \xi_2, \dots$  variables aleatorias independientes

$$\mathbb{P}(\xi_i = 1) = p, \mathbb{P}(\xi_i = 0) = 1 - p, 0 < p < 1.$$

## V. Límite de probabilidades vs probabilidad del límite

- $\xi_1, \xi_2, \dots$  variables aleatorias independientes

$$\mathbb{P}(\xi_i = 1) = p, \mathbb{P}(\xi_i = 0) = 1 - p, 0 < p < 1.$$

- Ley débil de grandes números de Bernoulli:  $\epsilon > 0$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \mathbb{P} \left( \left| \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \xi_i - p \right| < \epsilon \right) = 1$$

## V. Límite de probabilidades vs probabilidad del límite

- $\xi_1, \xi_2, \dots$  variables aleatorias independientes

$$\mathbb{P}(\xi_i = 1) = p, \mathbb{P}(\xi_i = 0) = 1 - p, 0 < p < 1.$$

- Ley débil de grandes números de Bernoulli:  $\epsilon > 0$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \mathbb{P} \left( \left| \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \xi_i - p \right| < \epsilon \right) = 1$$

- 1909: Ley fuerte de grandes números de Borel (1871-1956)

$$\mathbb{P} \left( \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \xi_i = p \right) = 1$$



- 1933: Kolmogorov (1903-1987): **Ley Fuerte de los Grandes Números**

- 1933: Kolmogorov (1903-1987): **Ley Fuerte de los Grandes Números**
- Sólo en un conjunto de probabilidad cero no se cumple que la media empírica converge a la media teórica.

- 1933: Kolmogorov (1903-1987): **Ley Fuerte de los Grandes Números**
- Sólo en un conjunto de probabilidad cero no se cumple que la media empírica converja a la media teórica.
- $\{X_i\}_{i \geq 1}$  independientes y con la misma distribución  $E(X_i) = \mu$

$$\mathbb{P} \left( \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i = \mu \right) = 1$$

- 1933: Kolmogorov (1903-1987): **Ley Fuerte de los Grandes Números**
- Sólo en un conjunto de probabilidad cero no se cumple que la media empírica converja a la media teórica.
- $\{X_i\}_{i \geq 1}$  independientes y con la misma distribución  $E(X_i) = \mu$

$$\mathbb{P} \left( \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i = \mu \right) = 1$$

- Completa la línea de trabajo iniciada por Jacobo Bernoulli

## V. 80 Años de la axiomatización de la probabilidad

- 1933: Kolmogorov (1903-1987): **Ley Fuerte de los Grandes Números**
- Sólo en un conjunto de probabilidad cero no se cumple que la media empírica converja a la media teórica.
- $\{X_i\}_{i \geq 1}$  independientes y con la misma distribución  $E(X_i) = \mu$

$$\mathbb{P} \left( \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i = \mu \right) = 1$$

- Completa la línea de trabajo iniciada por Jacobo Bernoulli
- 2013: 80 Años de los Fundamentos de la Probabilidad de Kolmogorov.

- 1933: Kolmogorov (1903-1987): **Ley Fuerte de los Grandes Números**
- Sólo en un conjunto de probabilidad cero no se cumple que la media empírica converja a la media teórica.
- $\{X_i\}_{i \geq 1}$  independientes y con la misma distribución  $E(X_i) = \mu$

$$\mathbb{P} \left( \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i = \mu \right) = 1$$

- Completa la línea de trabajo iniciada por Jacobo Bernoulli
- 2013: 80 Años de los Fundamentos de la Probabilidad de Kolmogorov.
- Diciembre 2013: Conferencia Conmemorativa de Albert Shyrayev

# VI. 2013 Año Internacional de la Estadística

Qué es

- 1 Iniciativa internacional, también conocida como Statistics2013.
- 2 Celebración de reconocimiento a las contribuciones de la ciencia de la Estadística.
- 3 Mediante la combinación de sinergías, más de 1400 instituciones, – universidades, institutos de investigación, preparatorias, sociedades profesionales, agencias de gobierno y de negocios – de más de 111 países, han unido esfuerzos para celebrar la iniciativa y promover la importancia de la Estadística en:
  - 1 La amplia comunidad científica,
  - 2 usuarios de datos en negocios y en el gobierno,
  - 3 en los medios, tomadores de decisiones,
  - 4 trabajadores, estudiantes y el público en general.

- 1 Incrementar la percepción pública de la potencia e impacto de la Estadística en todos los aspectos de la sociedad;



# VI. 2013 Año Internacional de la Estadística

## Objetivos

- 1 Incrementar la percepción pública de la potencia e impacto de la Estadística en todos los aspectos de la sociedad;
- 2 Alentar a la Estadística como profesión, especialmente entre los jóvenes, y

# VI. 2013 Año Internacional de la Estadística

## Objetivos

- 1 Incrementar la percepción pública de la potencia e impacto de la Estadística en todos los aspectos de la sociedad;
- 2 Alentar a la Estadística como profesión, especialmente entre los jóvenes, y
- 3 Promover la creatividad y el desarrollo de las disciplinas de *Probabilidad* y Estadística

- 1 300 años de la publicación de *El arte de la conjetura* de Jacobo Bernoulli.

- 1 300 años de la publicación de *El arte de la conjetura* de Jacobo Bernoulli.
- 2 300 años de la *Conjetura de San Petesburg* por Nicholas y Daniel Bernoulli.

- 1 300 años de la publicación de *El arte de la conjetura* de Jacobo Bernoulli.
- 2 300 años de la *Conjetura de San Petesburg* por Nicholas y Daniel Bernoulli.
- 3 250 años de la presentación del *Teorema de Bayes*.

- 1 300 años de la publicación de *El arte de la conjetura* de Jacobo Bernoulli.
- 2 300 años de la *Conjetura de San Petesburg* por Nicholas y Daniel Bernoulli.
- 3 250 años de la presentación del *Teorema de Bayes*.
- 4 80 años de la *Axiomatización de la Probabilidad* por Andrei Kolmogorov.

# V. 2013 Año Internacional de la Estadística

Qué se está haciendo

- 1 Sitio oficial del Año Internacional de la Estadística:  
<http://www.statistics2013.org/>

# V. 2013 Año Internacional de la Estadística

Qué se está haciendo

- 1 Sitio oficial del Año Internacional de la Estadística:  
<http://www.statistics2013.org/>
- 2 Sitio oficial 2013 de la Sociedad Bernoulli de Estadística Matemática y Probabilidad: <http://www.bs2013.org/>



# V. 2013 Año Internacional de la Estadística

Qué se está haciendo

- 1 Sitio oficial del Año Internacional de la Estadística:  
<http://www.statistics2013.org/>
- 2 Sitio oficial 2013 de la Sociedad Bernoulli de Estadística Matemática y Probabilidad: <http://www.bs2013.org/>
- 3 II Congreso de Actuarios de la UNAM.

# V. 2013 Año Internacional de la Estadística

Qué se está haciendo

- 1 Sitio oficial del Año Internacional de la Estadística:  
<http://www.statistics2013.org/>
- 2 Sitio oficial 2013 de la Sociedad Bernoulli de Estadística Matemática y Probabilidad: <http://www.bs2013.org/>
- 3 II Congreso de Actuarios de la UNAM.
- 4 Conferencias y semianrios interinstitucionales.

# V. 2013 Año Internacional de la Estadística

Qué se está haciendo

- 1 Sitio oficial del Año Internacional de la Estadística:  
<http://www.statistics2013.org/>
- 2 Sitio oficial 2013 de la Sociedad Bernoulli de Estadística Matemática y Probabilidad: <http://www.bs2013.org/>
- 3 II Congreso de Actuarios de la UNAM.
- 4 Conferencias y seminarios interinstitucionales.
- 5 Número especial del Boletín de la Sociedad Matemática Mexicana (SMM).

# V. 2013 Año Internacional de la Estadística

Qué se está haciendo

- 1 Sitio oficial del Año Internacional de la Estadística:  
<http://www.statistics2013.org/>
- 2 Sitio oficial 2013 de la Sociedad Bernoulli de Estadística Matemática y Probabilidad: <http://www.bs2013.org/>
- 3 II Congreso de Actuarios de la UNAM.
- 4 Conferencias y seminarios interinstitucionales.
- 5 Número especial del Boletín de la Sociedad Matemática Mexicana (SMM).
- 6 Número especial de Miscelanea Matemática de la SMM.

# V. 2013 Año Internacional de la Estadística

Qué se está haciendo

- 1 Sitio oficial del Año Internacional de la Estadística:  
<http://www.statistics2013.org/>
- 2 Sitio oficial 2013 de la Sociedad Bernoulli de Estadística Matemática y Probabilidad: <http://www.bs2013.org/>
- 3 II Congreso de Actuarios de la UNAM.
- 4 Conferencias y seminarios interinstitucionales.
- 5 Número especial del Boletín de la Sociedad Matemática Mexicana (SMM).
- 6 Número especial de Miscelanea Matemática de la SMM.
- 7 Foro Nacional de Estadística (23-27 de septiembre). Asociación Mexicana de Estadística: <http://www.amestad.mx/>

# V. 2013 Año Internacional de la Estadística

Qué se está haciendo

- 1 Sitio oficial del Año Internacional de la Estadística:  
<http://www.statistics2013.org/>
- 2 Sitio oficial 2013 de la Sociedad Bernoulli de Estadística Matemática y Probabilidad: <http://www.bs2013.org/>
- 3 II Congreso de Actuarios de la UNAM.
- 4 Conferencias y seminarios interinstitucionales.
- 5 Número especial del Boletín de la Sociedad Matemática Mexicana (SMM).
- 6 Número especial de Miscelanea Matemática de la SMM.
- 7 Foro Nacional de Estadística (23-27 de septiembre). Asociación Mexicana de Estadística: <http://www.amestad.mx/>
- 8 Plática Pública (The Search for Randomness) de Persi Diaconis en el Congreso Matemático de Las Américas (5-9 agosto, Guanajuato).

# V. 2013 Año Internacional de la Estadística

Qué se está haciendo

- 1 Sitio oficial del Año Internacional de la Estadística:  
<http://www.statistics2013.org/>
- 2 Sitio oficial 2013 de la Sociedad Bernoulli de Estadística Matemática y Probabilidad: <http://www.bs2013.org/>
- 3 II Congreso de Actuarios de la UNAM.
- 4 Conferencias y seminarios interinstitucionales.
- 5 Número especial del Boletín de la Sociedad Matemática Mexicana (SMM).
- 6 Número especial de Miscelanea Matemática de la SMM.
- 7 Foro Nacional de Estadística (23-27 de septiembre). Asociación Mexicana de Estadística: <http://www.amestad.mx/>
- 8 Plática Pública (The Search for Randomness) de Persi Diaconis en el Congreso Matemático de Las Américas (5-9 agosto, Guanajuato).
- 9 Grupo 2013 CIMAT y Universidad de Guanajuato:  
<http://www.estadistica2013cimat.mx/>

# V. 2013 Año Internacional de la Estadística

## Qué se está haciendo

- 1 Sitio oficial del Año Internacional de la Estadística:  
<http://www.statistics2013.org/>
- 2 Sitio oficial 2013 de la Sociedad Bernoulli de Estadística Matemática y Probabilidad: <http://www.bs2013.org/>
- 3 II Congreso de Actuarios de la UNAM.
- 4 Conferencias y seminarios interinstitucionales.
- 5 Número especial del Boletín de la Sociedad Matemática Mexicana (SMM).
- 6 Número especial de Miscelanea Matemática de la SMM.
- 7 Foro Nacional de Estadística (23-27 de septiembre). Asociación Mexicana de Estadística: <http://www.amestad.mx/>
- 8 Plática Pública (The Search for Randomness) de Persi Diaconis en el Congreso Matemático de Las Américas (5-9 agosto, Guanajuato).
- 9 Grupo 2013 CIMAT y Universidad de Guanajuato:  
<http://www.estadistica2013cimat.mx/>
- 10 Año Internacional de Matemáticas del Planeta Tierra:



# V. 2013 Año Internacional de la Estadística

## Qué se está haciendo

- 1 Sitio oficial del Año Internacional de la Estadística:  
<http://www.statistics2013.org/>
- 2 Sitio oficial 2013 de la Sociedad Bernoulli de Estadística Matemática y Probabilidad: <http://www.bs2013.org/>
- 3 II Congreso de Actuarios de la UNAM.
- 4 Conferencias y seminarios interinstitucionales.
- 5 Número especial del Boletín de la Sociedad Matemática Mexicana (SMM).
- 6 Número especial de Miscelanea Matemática de la SMM.
- 7 Foro Nacional de Estadística (23-27 de septiembre). Asociación Mexicana de Estadística: <http://www.amestad.mx/>
- 8 Plática Pública (The Search for Randomness) de Persi Diaconis en el Congreso Matemático de Las Américas (5-9 agosto, Guanajuato).
- 9 Grupo 2013 CIMAT y Universidad de Guanajuato:  
<http://www.estadistica2013cimat.mx/>
- 10 Año Internacional de Matemáticas del Planeta Tierra:

## VI. Lecturas sugeridas

- 1 *The Art of Conjecturing*, Jacobo Bernoulli (1713). Traducción al inglés de Edith Dudley, 2006.
- 2 *Jacob Bernoulli Deciphered*. Elart von Collani. Bernoulli News, Volume 13. No. 2, 2006.
- 3 *Probabilidad: Tres hitos en su historia y dinamismo actual*, Víctor Pérez Abreu, *Aportaciones Matemáticas, SMM, 2011*.
- 4 *Martingala de Pascal*. María Emilia Caballero, *Miscelánea Matemática, SMM, 2006*.
- 5 *Aportaciones de Fermat a la teoría de la probabilidad*. María Emilia Caballero. *Miscelánea Matemática, SMM, 2001*.
- 6 *La ley de los eventos raros, legado de Siméon Denis Poisson*. Begoña Fernández, *Memorias Escuela Regional de Probabilidad y Estadística, Villahermosa, UJAT, 2008*.
- 7 *Interpolar con volados, o los polinomios de Bernstein*. Ana Meda, *Miscelánea Matemática, SMM, 2005*